

EPFL

Rappel : Calcul d'une force :

— Dérivée de l'énergie :

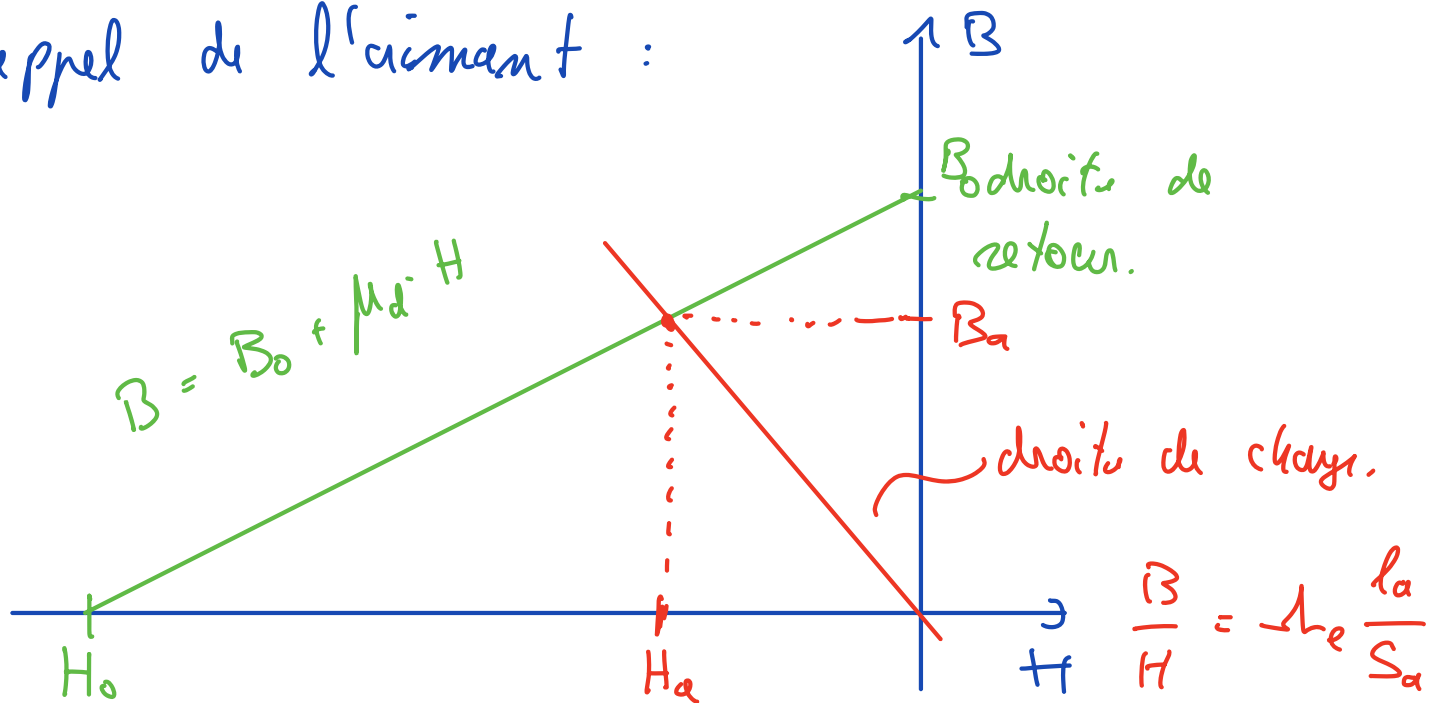
$$F_x = \frac{1}{2} \frac{dL}{dx} i^2 = \frac{1}{2} \frac{dL}{dx} Q_b^2$$

$$L = \frac{\mu \cdot S}{l}$$

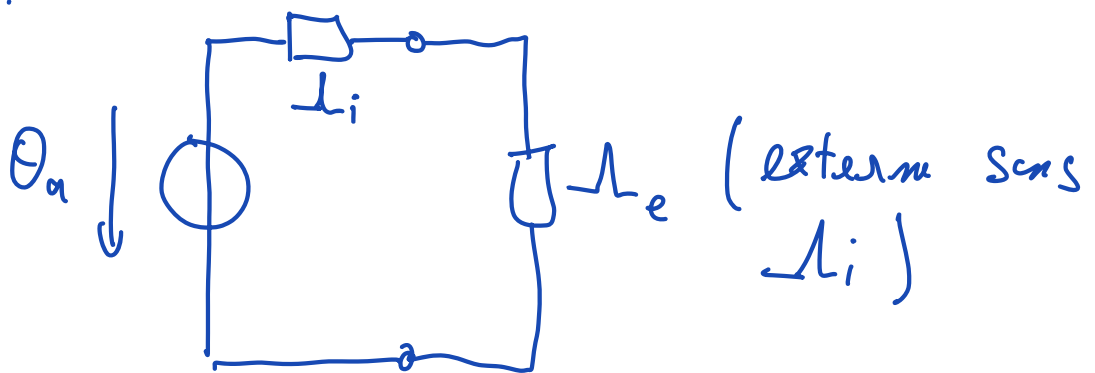
— Tenseur de Maxwell :

— Laplace

Rappel de l'aimant :



Modèle :



$$F_x = \frac{1}{2} \frac{dL_{tot}}{dx} \Theta_a^2$$

Si on a aimant et bobine ensemble :

$$\overline{F}_x = \frac{1}{2} \frac{d\mathcal{L}_b}{dx} Q_b^2 + \frac{1}{2} \frac{d\mathcal{L}_a}{dx} Q_a^2 + \frac{d\mathcal{L}_{ab}}{dx} Q_a Q_b$$

équivalent à Laplace

$$F = \frac{d\mathcal{L}_{ab}}{dx} Q_a \cdot Q_b$$

$$u = R \cdot i + \frac{d\psi}{dt}$$

$$= R \cdot i + L \frac{di}{dt} + \frac{d\psi_{ab}}{dt}$$

Tension induite
de transformation
Tension
induite de mouvement

$$\frac{d\psi_{ab}}{dt} = \frac{d(N \cdot \Phi_{ab})}{dt} = \frac{d(N \cdot Q_a \cdot \mathcal{L}_{ab})}{dt}$$

$$= \underbrace{N \cdot Q_a \cdot \frac{d\mathcal{L}_{ab}}{dx}}_K \cdot \frac{dx}{dt} = K \cdot v = U_{\text{induct}}$$

$$K = N \cdot Q_a \cdot \frac{d\mathcal{L}_{ab}}{dx} = \frac{\overline{F}_x}{c}$$

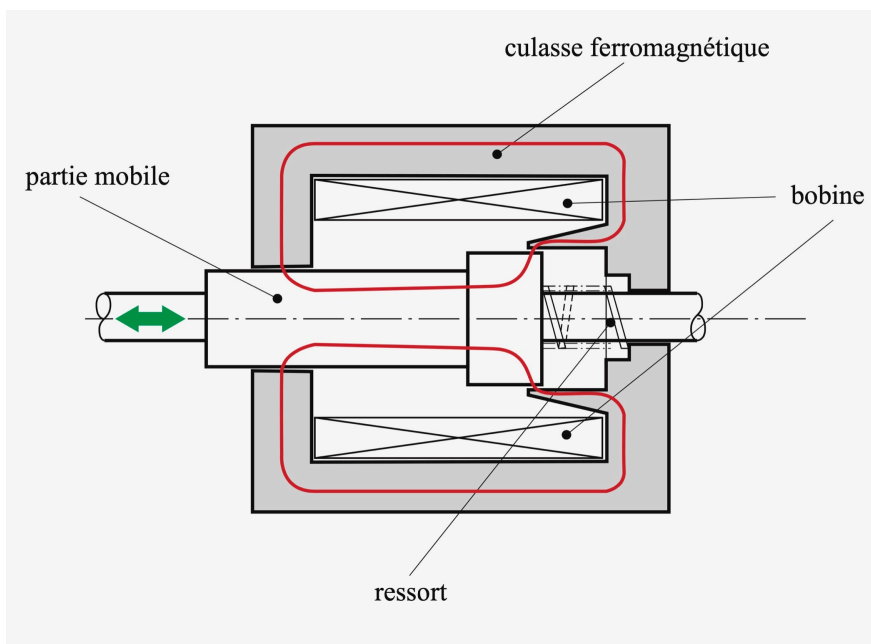
$$\Rightarrow \overline{F}_x = k \cdot i$$

Classification :

basé sur l'observation de l'aimant :

1. Sans aimant
2. Avec aimant
 - Fixe
 - Mobile

a) Système sans aimant : Reluctant



$$\overline{F} = \frac{1}{2} \frac{dL}{dx} \cdot i^2 = \frac{1}{2} \frac{dL}{dx} Q_b^2$$

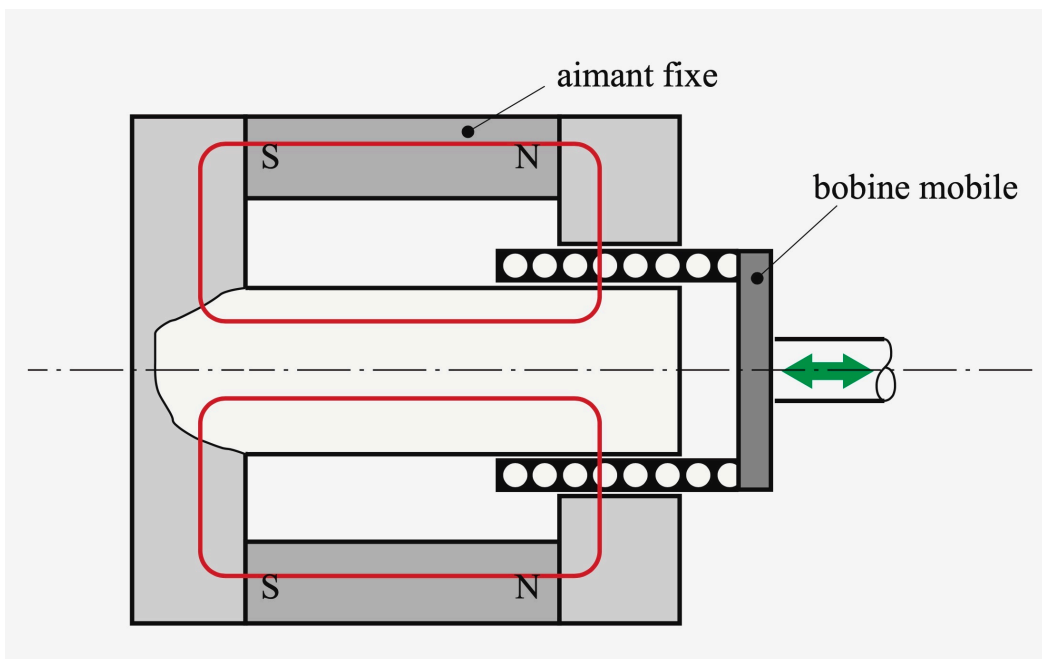
Avantage : - ben merci

Inconvénient - rendement mauvais

- Bruit

- $F \sim i^2$

b) Système Electrodynamique (Voie-coil)
on a 1 bob et 1 aimant fixe
 L_s mobile.



$$F_x = \frac{d\Lambda_{ab}}{dx} \mathcal{Q}_a \cdot \mathcal{Q}_b = N \cdot i \cdot l \cdot B_s$$

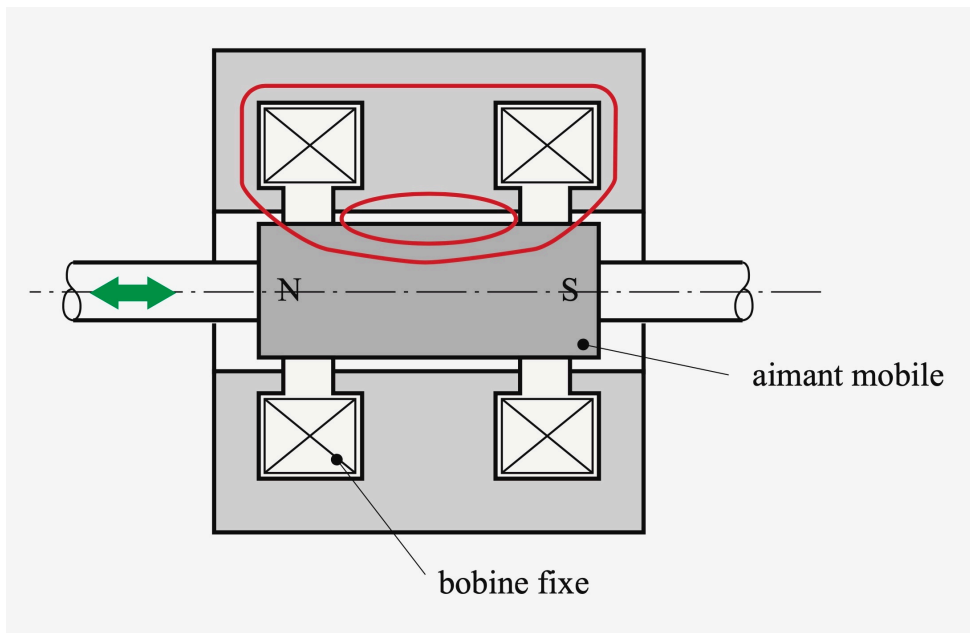


Laplace \rightarrow à utiliser !!

Avantage : - 2 dimensions
 - $F \sim i$

Inconvénient : - bobine à guider
 et à alimenter

c) Système Electromagnétique :
 bobine fixe et aimant mobile



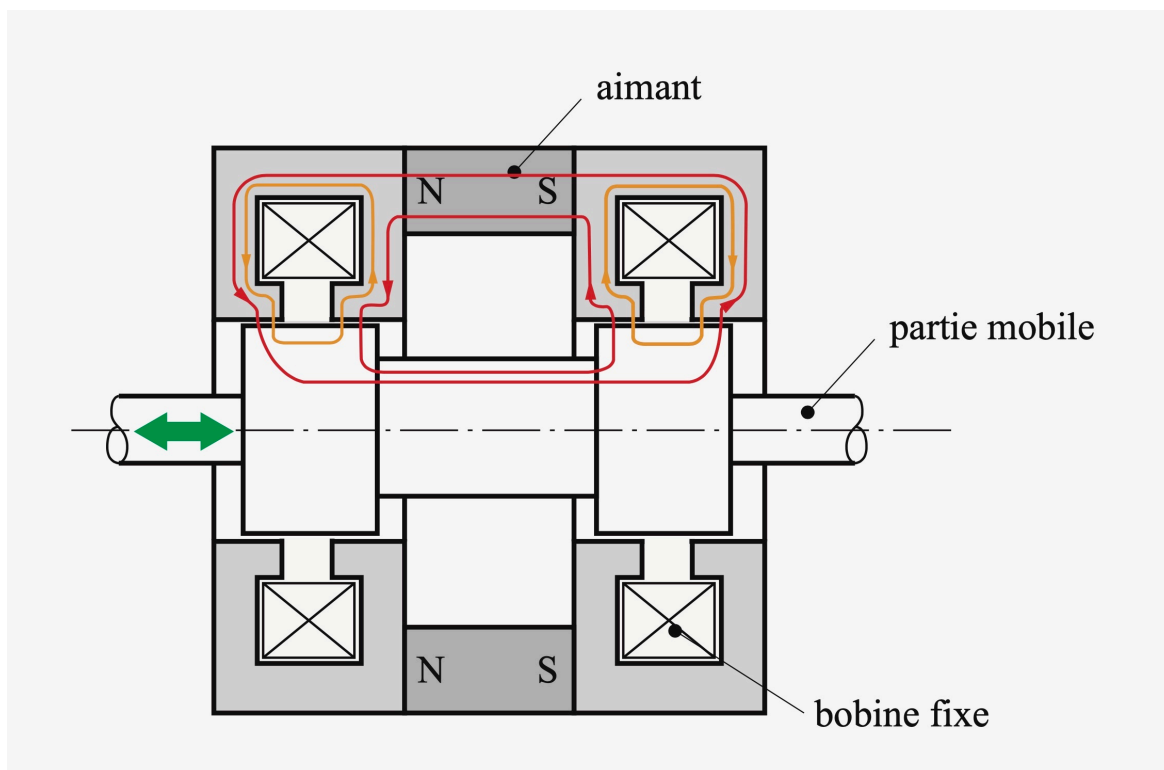
$$F_x = \underbrace{\frac{d\lambda_{as}}{dx} \Phi_a \cdot \Phi_b}_{\text{Laplace}} + \underbrace{\frac{1}{2} \frac{d\lambda_a}{dx} \Phi_a^2}_{\text{parasite}}$$

Avantages : - grande densité de force
- rendement élevé

Inconvénient : - aimant à guider

d) Système Réducteur polarisé ou hybride

- aimant et bobine fixe
- partie métallique mobile :



$$F = \frac{1}{2} \frac{dL_b}{dx} Q_b^2 + \frac{1}{2} \frac{dL_a}{dx} Q_a^2 + \frac{dL_{ab}}{dx} Q_a Q_b$$

Avantage : - bon rendement

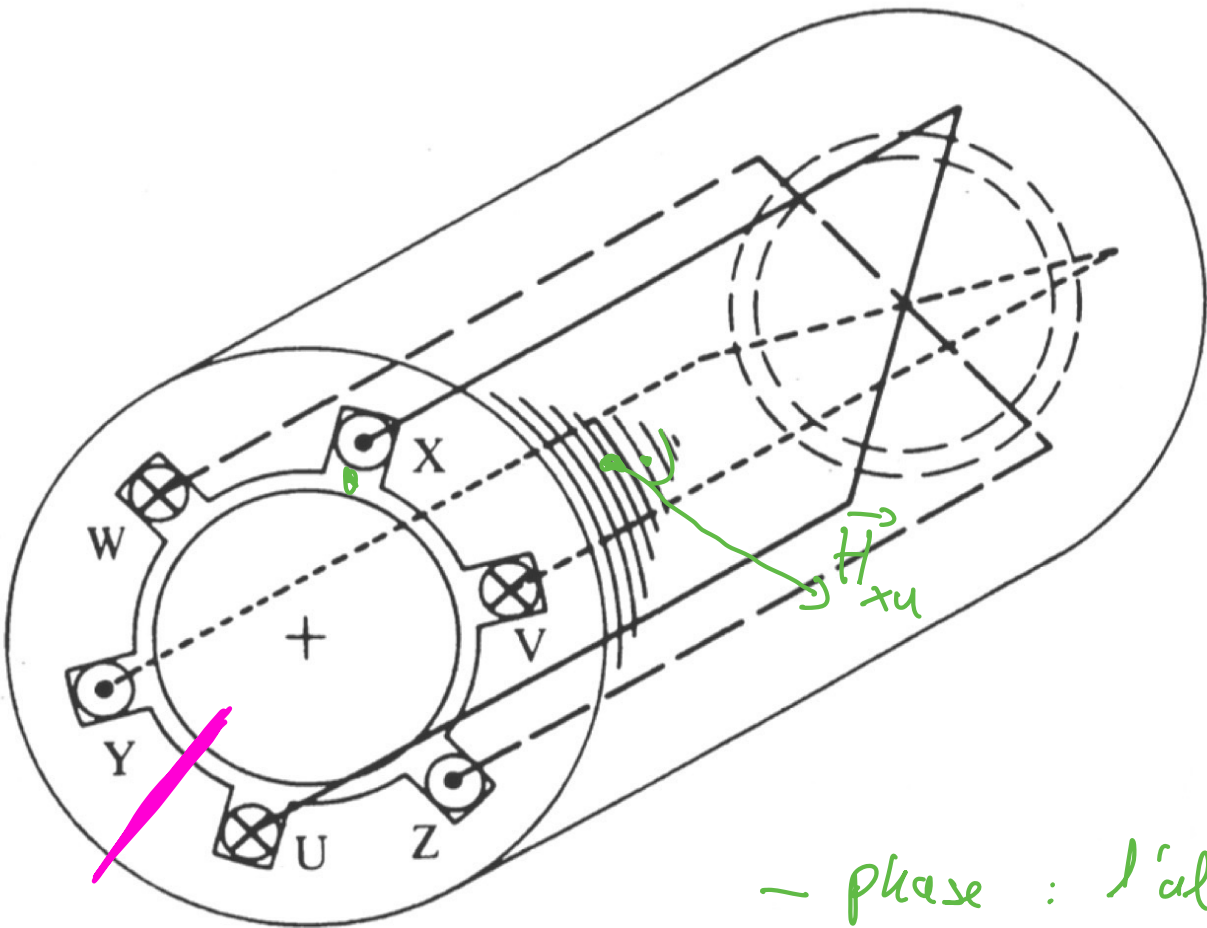
- fonctionne pas u' pas

Inconvénient : - bruit

-

7. Champ tournant

conversion : $E_{el} \rightarrow E_{mec}$
 $E_{mec} \rightarrow E_{el}$

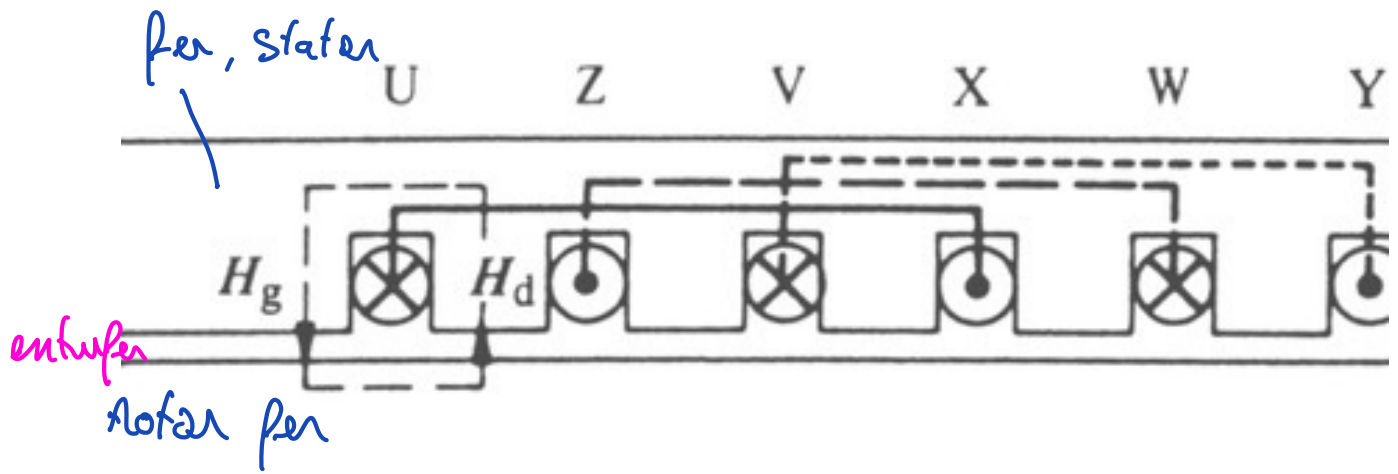


- phase : l'alimentation

- pôle : Champ magnétique.

- 6 encoches

- 3 phases

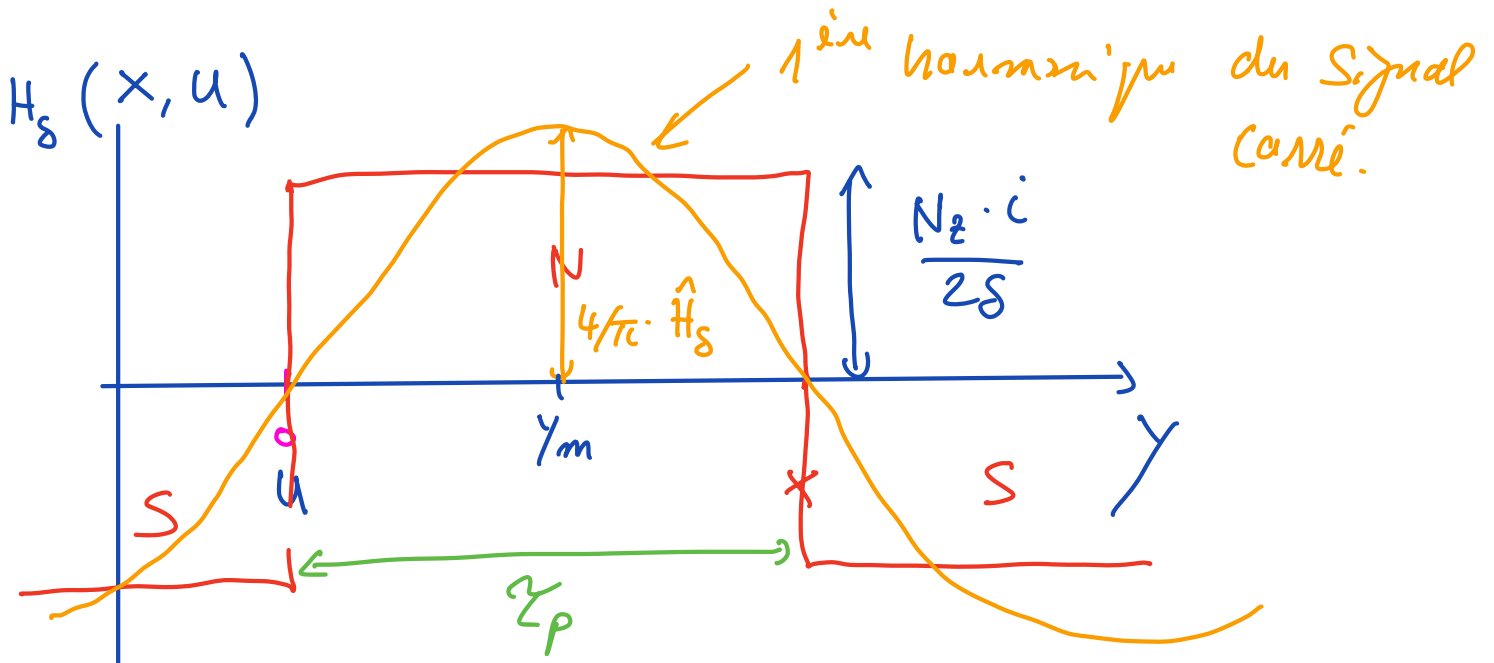


- hypothèses :
- pas de frotte, frotte
 - $\mu_{\text{fer}} = \infty$
 - \perp à la surface

$$\oint H dl = \Theta_b \Rightarrow H_g \cdot \delta + H_d \cdot \delta = N_z \cdot i$$

$$H_g = H_d \rightarrow H_g = \frac{N_z \cdot i}{2\delta}$$

=====



y : abscisse circulaire des d'entref.

τ_p : largeur d'un pôle, pas polaire

Eq. Fondamental:
$$^1 H_{ux} = \frac{4}{\pi} \hat{H}_s \cdot \sin \frac{\pi y}{\tau_p}$$

Phase UX:
$$^1 H_{ux} = \frac{4}{\pi} \frac{N_z \cdot i}{2s} \cdot \sin \frac{\pi y}{\tau_p}$$

$$i = \hat{I} \sin(\omega t)$$

$$^1 H_{ux} = \underbrace{\frac{4}{\pi} \frac{N_z \hat{I}}{2s}}_{^1 \hat{H}} \cdot \underbrace{\sin \frac{\pi y}{\tau_p}}_{\text{Spatial}} \cdot \underbrace{\sin(\omega t)}_{\text{temporel}}$$

On prend les 2 autres phases, alimentés avec 2 autres sinus déphasés de 120° .

$$^1 H_{ux} = ^1 \hat{H} \sin \frac{\pi y}{\tau_p} \cdot \sin \omega t$$

$$^1 H_{uy} = ^1 \hat{H} \sin \left(\frac{\pi y}{\tau_p} - \frac{2\pi}{3} \right) \cdot \sin \left(\omega t - \frac{2\pi}{3} \right)$$

$$^1H_{wt} = ^1\hat{H} \sin\left(\frac{\pi y}{\lambda_p} - \frac{4\pi}{3}\right) \cdot \sin\left(\omega t - \frac{k\pi}{3}\right)$$

$$\sin x \cdot \sin y = \frac{1}{2} (\cos(x-y) - \cos(x+y))$$

$$^1H_{ux} = \frac{1}{2} ^1\hat{H} \left[\cos\left(\frac{\pi y}{\lambda_p} - \omega t\right) - \cos\left(\frac{\pi y}{\lambda_p} + \omega t\right) \right]$$

$$^1H_{uy} = \frac{1}{2} ^1\hat{H} \left[\cos\left(\frac{\pi y}{\lambda_p} - \omega t\right) - \cos\left(\frac{\pi y}{\lambda_p} + \omega t - \frac{4\pi}{3}\right) \right]$$

$$^1H_{ut} = \frac{1}{2} ^1\hat{H} \left[\cos\left(\frac{\pi y}{\lambda_p} - \omega t\right) - \cos\left(\frac{\pi y}{\lambda_p} + \omega t - \frac{2\pi}{3}\right) \right]$$

$$^1H_{tot} = \frac{3}{2} ^1\hat{H} \cos\left(\frac{\pi y}{\lambda_p} - \omega t\right) - 0$$

espace temps

- Onde magnétique progressive
- Champ tournant

↑
Onde magnétique rétrograde

Vitesse du champ tournant :

y : abscisse angulaire.

y_m : Maximum du champ tournant.

$$\cos \left(\underbrace{\frac{\pi y_m}{\hat{z}_p} - \omega t}_0 \right)$$

$$y_m = \frac{\omega \cdot \hat{z}_p}{\pi} \cdot t$$

$$\omega = 2\pi f$$

$$V_m = \frac{dy_m}{dt} = \frac{\omega \cdot \hat{z}_p}{\pi} = 2 \cdot f \cdot \hat{z}_p$$

$$2 \cdot \pi \cdot r = 2 \cdot \hat{z}_p$$

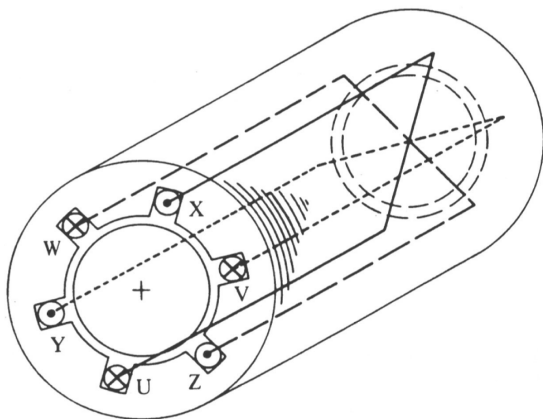
↑
rayon
moyen de
l'entrefer.

$$\rightarrow r = \frac{\hat{z}_p}{\pi}$$

$$\Omega = \text{vitesse de rotation} = \frac{V_m}{r}$$

$$\Omega = 2 \cdot \pi \cdot f = \omega$$

- Généralisation :



u z v x u y u z v x u y

1 période

1 période

2 pôles

2 pôles

2 pôles

2 pôles

2 pôles

2 pôles

4 pôles $\Rightarrow p = 2$

4 pôles $\Rightarrow p = 2$

$2p = \text{nb de paires de pôles}$

$p = \text{nb de pôles}$

$$(2\pi n = 2\tau_p)$$

$$\lambda_p = \frac{2\pi\lambda}{2p} = \frac{\pi \cdot \lambda}{p}$$

Vitesse du champ tournant: $\Omega = \frac{\omega}{p}$

$p = 1$ $f = 50 \text{ Hz}$ $\omega = 314$ $\Omega = 3000 \text{ t/min}$

$p = 2$ " " $\Omega = 1500 \text{ t/min}$

$p = 6$ " " $\Omega = 500 \text{ t/min}$

Sens du champ tournant :

"normal" $\cos\left(\omega t - \frac{\pi y}{\lambda_p}\right)$

$$v = \frac{\omega \cdot \lambda_p}{\pi}$$

"permuté" $\cos\left(\omega t + \frac{\pi y}{\lambda_p}\right)$

$$v = -\frac{\omega \cdot \lambda_p}{\pi}$$